

Matematica III

Docente: Giulio Galise

CdL in Statistica, Economia, Finanza e Assicurazioni, A.A. 2021/2022

Esercitazione 2

Esercizio 1. Usando la definizione di limite verificare che

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (x_0,y_0)} \alpha x + \beta y = \alpha x_0 + \beta y_0 \quad \alpha, \beta, x_0, y_0 \in \mathbb{R}$$
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,-1)} 3x + (x-1)^2 \sin(x^2) + |y+1| \cos(y^2) = 3$$

Esercizio 2. Calcolare, se esistono, i seguenti limiti:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y}{x^2 - y}$$
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\log(1 + x^2 y^3)}{\sin(x^2 + y^6)}$$
$$\lim_{\|(x,y)\| \rightarrow +\infty} x$$
$$\lim_{\|(x,y)\| \rightarrow +\infty} \frac{x+y}{x^2 + y^2}$$
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{e^{(y^2-2y)} - e}{\arctan(x) \sin(|y-1|)}$$
$$\lim_{(x,y) \rightarrow (1,0)} (x-1)e^{\frac{x-1}{|y|}}$$

Esercizio 3. Calcolare, al variare del parametro reale α , il seguente limite:

$$\lim_{(x,y) \rightarrow 0} |xy|^\alpha \frac{1 - \cos(x^2 + y^2)}{(x^2 + y^2)^3}.$$

Esercizio 4. Studiare la continuità delle seguenti funzioni:

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{\sin(x-y)}{|x| + |y|} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$
$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy^3}{x^4 + y^2} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$
$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy \log(|x| + |y|)}{\sqrt{x^2 + y^2}} & \text{se } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$
$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 - y^2} & \text{se } |x| \neq |y| \\ 0 & \text{se } (x, y) = (0, 0). \end{cases}$$